

Дифракция нейтронов на движущейся решетке как нестационарное квантовое явление

А. И. Франк¹⁾, П. Гелтенборг²⁾, Г. В. Кулин, Д. В. Кустов, В. Г. Носов*, А. Н. Стрелетов*

Лаборатория нейтронной физики им. И. М. Франка, Объединенный институт ядерных исследований
141980, Дубна, Московской обл., Россия

⁺Institute Laue Langevin, BP 156–38042 Grenoble Cedex 9, France

*Российский научный центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 апреля 2005 г.

Сообщается о результатах нового эксперимента по наблюдению дискретного спектра энергии при дифракции ультрахолодных нейтронов на движущейся фазовой решетке. Полученные результаты находятся в количественном согласии с предсказаниями теории. Результаты эксперимента могут быть интерпретированы как еще одно свидетельство справедливости представления исходного состояния нейтрона в виде плоской волны.

PACS: 03.75.Be

Введение. Дифракция нейтронов на дифракционных решетках и иных макроскопических объектах неоднократно наблюдалась в экспериментах [1–11]. Помимо демонстрации справедливости основных предсказаний квантовой механики, эти работы способствовали появлению нового поколения нейтронных интерферометров [12,13]. Позже выяснилось, что в некоторых случаях хорошо известное явление нейтронной дифракции может приобретать несколько неожиданные черты. В работе [14] было показано, что в случае движения решетки поперек пучка медленных нейтронов она выступает в качестве нестационарного квантового устройства и как таковое существенно изменяет энергетический спектр падающих на нее нейтронов. В работе [15] предлагалось использовать движущиеся решетки в нейтронном интерферометре, что может значительно увеличить чувствительность последнего. Недавно дискретный спектр при дифракции ультрахолодных нейтронов (УХН) на движущейся решетке наблюдался в эксперименте [16]. Вскоре было продемонстрировано, что движущаяся решетка с переменным пространственным периодом может служить квантовой временной линзой для УХН [17,18]. Настоящая работа посвящена изложению результатов нового эксперимента по наблюдению дифракции УХН на движущейся решетке, позволяющего провести уже количественное сравнение с теорией.

Движущаяся дифракционная решетка как нестационарное квантовое устройство. Приведем кратко формулировку и решение соответствующей дифракционной задачи [14]. Положим, что плоская волна $\Psi(z, t) = \exp[i(kz - \omega t)]$ падает на периодическую структуру – дифракционную решетку, помещенную в плоскости XU и движущуюся вдоль оси Y со скоростью V . Пространственный период решетки L . Решая задачу о дифракции в движущейся системе координат, в которой решетка покоится, и переходя потом в лабораторную систему координат, получим для волновой функции результирующего состояния

$$\Psi(z, y, t) = \sum_j a_j \exp[i(\sqrt{k^2 + 2k_V q_j - q_j^2} z + q_j y - (\omega + j\Omega)t)], \quad (1)$$

где

$$k_V = \frac{mV}{\hbar}, \quad \omega_V = \frac{mV^2}{2\hbar}, \quad q_j = \frac{2\pi}{L}j, \quad \Omega = 2\pi T^{-1},$$

$$T = \frac{L}{V} \gg \omega^{-1}, \quad a_j = \frac{1}{L} \int_0^L \theta(y) \exp(iq_j y) dy, \quad (2)$$

а $\theta(y)$ – вообще говоря, комплексная функция пропускания одного элемента решетки. Результатом дифракции является появление дискретного спектра

$$E_j = \hbar\omega_j, \quad \omega_j = \omega + j\Omega, \quad (3)$$

причем отличие энергии от исходной обусловлено изменением только продольной z -компоненты волново-

¹⁾e-mail: frank@nf.jinr.ru

²⁾P. Geltenbort.

го числа. Полагая величину пространственной частоты решетки малой, $L^{-1} \ll k$, и пренебрегая третьим членом под корнем в уравнении (1), получим для z -компонент волновых векторов

$$\begin{aligned} \sqrt{k^2 + 2kVq_j - q_j^2} &\cong \\ &\cong \sqrt{k^2 + \frac{2mV}{\hbar}q_j} = k \left(1 + j\frac{\Omega}{\omega}\right)^{1/2} = k_j. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, при малых углах дифракции

$$\Psi(z, y, t) = \sum_j a_j \exp[i(k_j z + q_j y - \omega_j t)]. \quad (5)$$

Рис.1 иллюстрирует различие в физической картине дифракции в случае неподвижной и движущейся решетки.

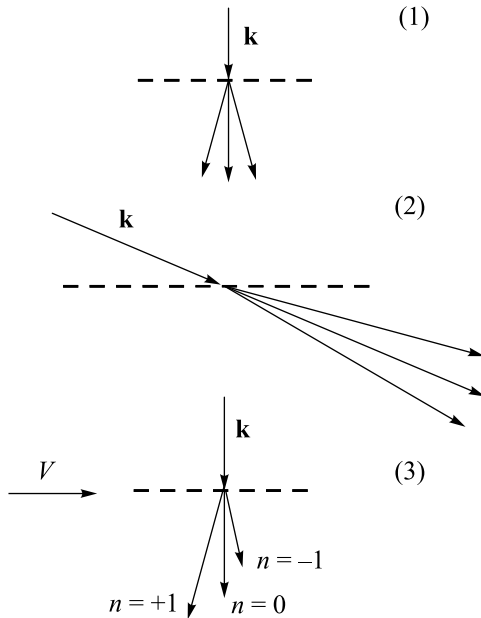


Рис.1. Картина дифракции: (1) неподвижная решетка; (2) система координат движется вместе с решеткой; (3) движущаяся решетка в лабораторной системе координат

Измерение спектра нейтронов при дифракции на движущейся решетке было осуществлено с тем же спектрометром [19], что и эксперимент [16]. Основным спектрометрическим элементом прибора являлся нейтронный интерференционный фильтр (НИФ) [20–22, 9, 23] – нейтронный аналог интерферометра Фабри–Перо. Идею эксперимента иллюстрирует рис.2. Вместо линейно движущейся решетки мы использовали вращающуюся решетку, приготовленную на поверхности кремниевого диска диаметром

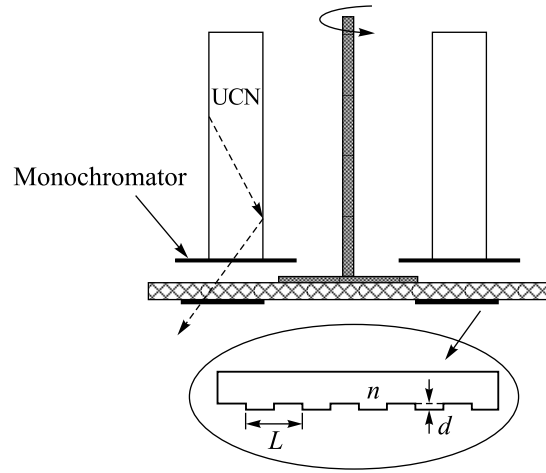


Рис.2. Идея эксперимента. Нейтроны проходят через вращающуюся решетку с радиальными штрихами, имеющую вид кольца. Внизу показан профиль решетки

150 мм и толщиной 0.6 мм. На периферической области диска, имевшей форму кольца со средним диаметром 12 см и шириной 2 см, были приготовлены радиальные канавки. С помощью мотора диск с решеткой можно было вращать вокруг вертикальной оси. УХН попадали на решетку, проходя через кольцевую щель и НИФ-монокроматор. Последний пропускал нейтроны с узким спектром вертикальных скоростей ($\Delta v/v \approx 0.02$) с максимумом 4.52 м/с, что соответствует энергии $E_z = mv_z^2/2 = 107$ нэВ. Угловой период структуры составлял $3.325 \cdot 10^{-4}$ рад. Ширина канавки составляла половину периода. Из-за преломления в кремнии волны, прошедшие через разные элементы решетки, различались по фазе. Соответствующая разность фаз есть

$$\Delta\varphi = k(1-n)d, \quad (6)$$

где n – показатель преломления кремния. Глубина канавки d составляла величину 0.14 мкм и была выбрана таким образом, чтобы обеспечить разность фаз $\Delta\varphi = \pi$ для нейтронов с энергией 107 нэВ. При нормальном падении нейтронов на решетку фаза функции пропускания $\theta(y)$ скачкообразно меняется на π через половину периода. Фурье-коэффициенты, соответствующие такой π -модуляции фазы, есть

$$a_j = \frac{2}{i\pi \cdot j}, \quad j = 2s - 1, \quad (7)$$

где s – целые числа. Отметим, что в результирующем спектре отсутствует линия с начальной энергией $\hbar\omega$ ($j = 0$).

Пройдя решетку, нейтроны поступали в вертикальный зеркальный нейтронный канал. При движении

вдоль него вниз они ускорялись в гравитационном поле Земли, меняя свою энергию на величину 1.025 нэВ на 1 см высоты. Внутри нейтроновода в специальной каретке был помещен второй интерференционный фильтр, служивший анализатором. Меняя положение анализатора по высоте, можно было осуществлять сканирование спектра нейтронов сравнительно узкой ($\Delta v/v \approx 0.02$) линией анализатора. Для того чтобы компенсировать гравитационное изменение энергии УХН, максимум пропускания этого фильтра соответствовал энергии 127 нэВ. Нейтроны, прошедшие через анализатор, регистрировались детектором. Строго говоря, спектрометр был чувствителен не к полной энергии нейтрона, а только к величине вертикальной компоненты волнового вектора. Однако именно эта компонента и меняется при движении решетки в горизонтальной плоскости.

В эксперименте измерялась скорость счета детектора как функция положения анализатора. Если решетка находится в покое, то соответствующая кривая сканирования является просто сверткой спектральных функций монохроматора и анализатора $f(E)$ и $\eta(E)$. В случае вращающейся решетки кривая сканирования имеет вид

$$F_2(\xi) = \sum_j |a_j|^2 F_1(\xi + j\hbar\Omega), \quad (8)$$

$$F_1(z) = \int f(E)\eta(E - z)dE,$$

где $\xi = mg\Delta H$, g – ускорение свободного падения, а ΔH есть расстояние между фильтрами.

Результаты эксперимента. На рис.3 представлены экспериментальные кривые сканирования, полученные при частотах вращения решетки 7, 60, 80 и 99 Гц. Эти кривые аппроксимировались функцией

$$F_{\text{exp}}(\xi) = a + b \cdot \xi + A \sum_{j=-10}^{10} |a_j|^2 \exp \left[-\frac{(\xi - \xi_c - j\Delta)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (9)$$

в предположении, что кривая сканирования для покоящейся решетки есть сумма линейно нарастающего фона и функции Гаусса с центром в ξ_c и дисперсией σ .

Графики подгоночных функций изображены на рис.3 сплошными линиями. На рис.4 представлены экспериментальные данные для параметра расщепления Δ . Они лежат на прямой $\Delta = B\nu$, где ν – частота вращения решетки. Коэффициент наклона $B_{\text{exp}} = (7.48 \pm 0.05) \cdot 10^{-2} \text{ см} \cdot \text{с}$ следует сравнивать с расчетным значением $B_{\text{th}} = 7.605 \cdot 10^{-2}$. Последнее определяется соотношением $B_{\text{th}} = 4\pi^2\hbar \cdot (mga)^{-1}$, где a – угловой период решетки. Таким образом,

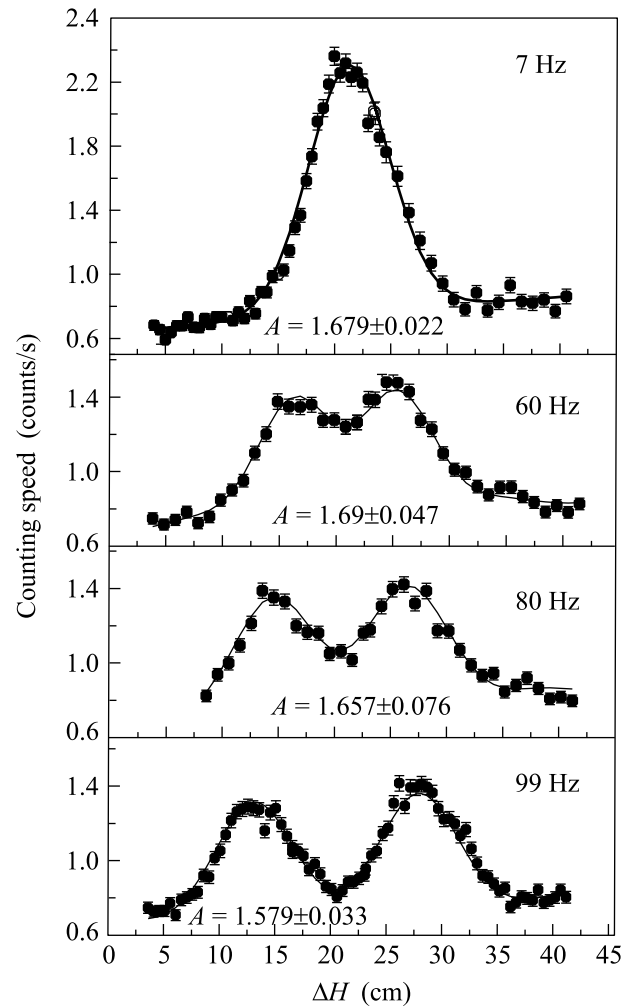


Рис.3. Экспериментальные кривые сканирования и аппроксимирующие их функции

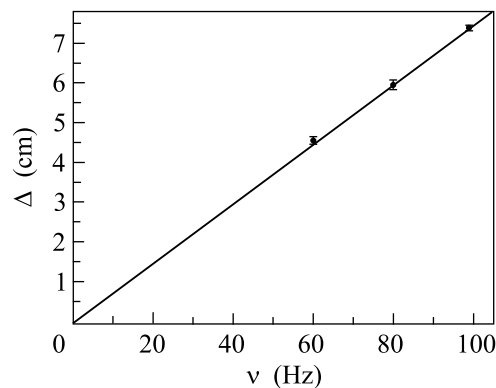


Рис.4. Зависимость параметра расщепления Δ от частоты вращения решетки

экспериментальное значение величины расщепления спектра с двухпроцентной точностью соответствует

расчету. Небольшое расхождение обусловлено, вероятно, методическими причинами.

Подгонка дает также оценки амплитуд A . Их величины также приведены на графиках рис.3. Отметим, что при частоте вращения 7 Гц кривая сканирования должна слабо отличаться от кривой для покоящейся решетки. Напротив, при частоте 99 Гц она представляет собой сумму только двух гауссовских кривых с амплитудами $A|a_1|^2$, поскольку энергия нейтронов, соответствующих линиям более высокого порядка, лежит вне диапазона измерений. Из сравнения экспериментальных значений A для этих двух кривых можно судить о степени соответствия амплитуд a_1 их теоретическим значениям. Полученное таким образом значение относительной интенсивности волн первого порядка есть $|a_1|_{\text{exp}}^2 = 0.383(8)$. Расчет с учетом небольшого краевого эффекта, обусловленного наклонным падением нейтронов на движущуюся решетку [24], дает $|a_1|_{\text{th}}^2 = 0.403$. Пятипроцентный дефицит дифракционной эффективности решетки обусловлен некоторой неидеальностью ее профиля.

Ширины энергетических пиков и поперечная длина когерентности свободного нейтрона. Везде выше мы основывались на общепринятом представлении волновой функции нейтрона в виде плоской волны. Хотя сколько-нибудь серьезных оснований сомневаться в справедливости этого представления не имеется, вопрос о его экспериментальной проверке не лишен интереса. По-видимому, конечное значение поперечной длины когерентности нейтрона возможно лишь в нелинейной теории. Свойства нелинейного уравнения Шредингера исследовались многими авторами (см., например, [25, 26]), а некоторые предсказания нелинейной квантовой теории проверялись экспериментально [27, 7].

Предположение об ограниченности фронта падающей на решетку волны эквивалентно представлению об ограничении линейного размера решетки, а соответствующая задача является типичной для теории дифракции (см., например, [28]). В этом случае в каждом порядке дифракции j переданный импульс q_j , направленный параллельно плоскости решетки, характеризуется некоторой функцией распределения. Соответственно, энергетический спектр, возникающий при движении решетки, также размывается.

Положив для определенности, что распределение интенсивности волнового фронта имеет гауссовскую форму $p(y) = \exp(-y^2/2\zeta^2)$, примем в качестве характерной поперечной длины когерентности ширину такого распределения $\ell = 2\sqrt{2}\zeta$. Легко показать, что

спектр энергий результирующего состояния имеет в этом случае вид

$$\Xi(E_z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\epsilon}} \sum_j |a_j|^2 \exp \left\{ - \left[\frac{(E - E_n)^2}{2\epsilon^2} \right] \right\}, \quad (10)$$

где

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 \sqrt{2}kV}{m \zeta}. \quad (11)$$

Он представляет собой набор эквидистантных гауссовских кривых с относительной интенсивностью $|a_j|^2$ и дисперсией ϵ , пропорциональной скорости решетки. Обращаясь к вопросу об измерении спектра, заметим, что функция разрешения спектрометра, имеющая некоторую дисперсию σ_0 , сворачивается теперь не с δ -функциями, а со спектром (10), и дисперсия такой свертки есть

$$\sigma = \sqrt{\sigma_0^2 + \epsilon^2(V)}. \quad (12)$$

Анализ экспериментальных данных, основанный на соотношениях (10)–(12), приводит к результату $\zeta > 2.5 \cdot 10^{-3}$ см, откуда для поперечного размера когерентного фронта получаем $\ell > 7 \cdot 10^{-3}$ см.

Обсуждение результатов и заключение. Строго говоря, описанный здесь спектрометрический эксперимент не является дифракционным, поскольку исходная ширина углового распределения нейтронов превосходила величину угла дифракции на несколько порядков величины. По-видимому, правильнее здесь говорить не о дифракции, а о периодической, в данном случае фазовой, модуляции нейтронной волны, имеющей место при быстром движении периодической структуры поперек направления распространения волны. При этом движущаяся решетка играет роль нестационарного квантового устройства, аналогичного квантовому прерывателю или, точнее, модулятору [29–34]. Аналогия становится почти очевидной, если в выражениях для волновой функции (1), (2), (5) увеличивать пространственный период L и скорость решетки V без изменения периода модуляции $T = L/V$. В пределе больших скоростей (5) совпадает с формулой, описывающей состояние, формируемое модулятором [33, 34].

Результаты эксперимента вполне удовлетворительно согласуются с предсказаниями теории, основанной на представлении о плоском волновом фронте исходной волны. Минимальная оценка поперечной длины когерентности $7 \cdot 10^{-3}$ см, превышает длину волны нейтрона на три порядка величины.

Заметим, что для определения поперечной длины когерентности мы исходили из гауссовской формы

пространственного распределения интенсивности исходной волны лишь для простоты и определенности. Полученная же в опыте ее полукачественная нижняя оценка слабо зависит от конкретной формы волнового пакета. Вместе с тем, именно гауссовская форма пространственного распределения волновой функции частицы (“гауссон”) фигурирует в модели нелинейной квантовой механики с логарифмической неоднородностью [25]. Результаты эксперимента [7] анализировались авторами с точки зрения проверки этой модели. Из полученной ими верхней оценки величины нелинейного члена в уравнении Шредингера также можно получить минимальное значение поперечного размера нейтронного “гауссона”. Эта модельно-зависимая оценка превосходит результат нашей работы примерно в три раза.

В работе [9] приведено значительно большее значение длины когерентности нейтрона, $\ell > 2$ мм. Этот результат также основан на отсутствии уширения дифракционной линии. Однако оценка экспериментальных данных этой работы приведенным выше методом с учетом формулы (12) дает результат, сравнимый по точности с нашим.

Один из авторов (А.Ф.) благодарен Б. М. Болотовскому за весьма плодотворные обсуждения. Работа поддержана грантом INTAS # 00-00043.

-
1. C. G. Shull, Phys. Rev. **179**, 752 (1969).
 2. H. Kurz and H. Rauch, Z. Phys. **220**, 419 (1969).
 3. H. Scheckenhofer and A. Steyerl, Phys. Rev. Lett. **39**, 1310 (1977).
 4. A. G. Klein and G. I. Opat, Am. J. Phys. **45**, 295 (1977).
 5. A. Graf, H. Rauch, and T. Ster, Atomkernenergie **33**, 298 (1979).
 6. P. D. Kearney, A. G. Klein, G. I. Opat, and R. Gähler, Nature **287**, 313 (1980).
 7. R. Gähler, A. G. Klein, and A. Zeilinger, Phys. Rev. **A23**, 1611 (1981).
 8. A. G. Klein, P. D. Kearney, G. I. Opat et al., Phys. Rev. Lett. **46**, 959 (1981).
 9. A. Steyerl, W. Drexel, S. S. Malik, and E. Gutmiedl, Physica **B151**, 36 (1988).
 10. A. Zeilinger, R. Gähler, C. G. Shull, and W. Mampe, Rev. Mod. Phys. **60**, 1067 (1988).
 11. M. Tschernitz, R. Gähler, W. Mampe et al., Phys. Lett. **A164**, 365 (1992).
 12. A. I. Ioffe, V. S. Zabiaykin, and G. M. Drabkin, Phys. Lett. **A111**, 373 (1985).
 13. M. Gruber, K. Eder, A. Zeilinger et al., Phys. Lett. **A140**, 373 (1989).
 14. A. I. Frank and V. G. Nosov, Phys. Lett. **A188**, 120 (1994).
 15. A. I. Ioffe, In *Neutron Spin Echo Spectroscopy*, Eds. F. Mezei, C. Pappas, and T. Gutbertlet, Springer, p. 160.
 16. A. I. Frank, S. N. Balashov, I. V. Bondarenko et al., Phys. Lett. **A311**, 6 (2003).
 17. А. И. Франк, П. Гелтенборт, Г. В. Кулин, А. Н. Стрепелов, Письма в ЖЭТФ **78**, 224 (2003).
 18. S. N. Balashov, I. V. Bondarenko, A. I. Frank et al., Physica **B350**, 246 (2004).
 19. I. V. Bondarenko, A. I. Frank, S. N. Balashov et al., NIM **A440**, 591 (2000).
 20. A. A. Seregin, ЖЭТФ **73**, 1634 (1977).
 21. K.-A. Steinhauser, A. Steyerl, H. Schechenkofer, and S. S. Malik, Phys. Rev. Lett. **44**, 1306 (1980).
 22. Ю. Н. Покотиловский, А. Д. Стойка, И. Г. Шелкова, ПТЭ № 1, 62 (1980).
 23. И. В. Бондаренко, В. И. Боднарчук, С. Н. Балашов и др. ЯФ **62**, 775 (1999).
 24. А. И. Франк, П. Гелтенборт, Г. В. Кулин и др., Сообщения ОИЯИ РЗ-2004-207.
 25. I. Bialynicki-Birula and J. Mycielski, Ann. Phys. **100**, 62 (1976); Phys. Scripta **20**, 539 (1979).
 26. W. Lücke, in *Nonlinear, Deformed and Irreversible Quantum Systems*, Eds. H.-D. Doebner, V. K. Dobrev, and P. Nattermann, World Scientific, Singapore, 1995, p. 140.
 27. C. G. Shull, D. K. Atwood, J. Arthur, and M. A. Horne, Phys. Rev. Lett. **44**, 765 (1980).
 28. John M. Cowley, *Diffraction physics*, North Holland. Publ. Comp., 1975. Перевод: Дж. Каули, *Физика дифракции*, М.: Мир, 1979.
 29. M. Moshinsky, Phys. Rev. **88**, 625 (1952).
 30. R. Gähler and R. Golub, Z. Phys. **B56**, 5 (1984).
 31. J. Felber, R. Gähler, and R. Golub, Physica **B151**, 135 (1988).
 32. J. Felber, G. Muller, R. Gähler, and R. Golub, Physica **B162**, 191 (1990).
 33. V. G. Nosov and A. I. Frank, J. Mosc. Phys. Soc. **1**, 1 (1991).
 34. А. И. Франк, В. Г. Носов, ЯФ **57**, 1029 (1994).