

## Кулоновское увлечение дипольных экситонов в гибридной экситон-электронной системе

М. В. Боев<sup>+</sup>, В. М. Ковалев<sup>+\*1)</sup>

<sup>+</sup> Институт физики полупроводников им. А.В.Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

\* Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 9 апреля 2018 г.

Теоретически изучен эффект кулоновского увлечения газа дипольных экситонов в пространственно разделенных двумерных квантовых ямах, содержащих электронный и экситонный газы. Эффект кулоновского увлечения экситонов может быть использован для управления транспортом экситонов в транзисторных структурах, активным элементом которых является двумерный газ дипольных экситонов. Получены выражения для кросс-проводимости экситонов в двух предельных режимах транспорта – диффузионном и баллистическом как функции температуры. Для каждого режима транспорта анализируются предельные случаи по параметру отношения длины экранирования кулоновского взаимодействия к расстоянию между газами. Показано, что при температурах, значительно превосходящих температуру вырождения экситонного газа, кросс-проводимость не зависит от температуры, а в обратном пределе обращается в нуль экспоненциальным образом.

DOI: 10.7868/S0370274X18100090

**Введение.** Гибридные системы на основе пространственно-разделенных электронного и экситонного газов активно изучаются в настоящее время. Взаимодействие элементарных возбуждений в такой системе проявляется в ряде физических явлений [1–8], среди которых активно изучается возможность сверхпроводимости электронного слоя, обусловленная обменом возбуждениями экситонного (или экситон-поляритонного) конденсата [8]. Значительный интерес представляет вопрос проявления кулоновского взаимодействия электронов и экситонов в транспортных свойствах гибридных экситон-электронных систем полупроводниковых наноструктур. Одним из примеров такого проявления может служить увлечение экситонного газа током электронов – эффект кулоновского увлечения – заключающийся в возникновении потока частиц в одной подсистеме за счет кулоновского взаимодействия с движущимися частицами в другой. Данный эффект изучался как теоретически, так и экспериментально для широкого класса систем [9].

При исследовании транспортных свойств двумерного экситонного газа основным подходом является анализ пространственного положения пятна экситонной люминесценции. Ток электронейтральных экситонов можно получать различными способами, например, создавая градиент электрического потен-

циала [10], электростатический конвейер [11] или с помощью увлечения поверхностными акустическими волнами [12–15]. В работе [16] высказана идея использовать эффект кулоновского увлечения экситонов для анализа их транспортных свойств, а также предложена теория данного эффекта на основе кинетического уравнения. В данной работе нами построена теория кулоновского увлечения двумерных дипольных экситонов на основе диаграммной техники с использованием формулы Кубо. Такой подход позволяет единым образом рассмотреть как квазibalлистический предел Друде–Больцмана, так и диффузионный предел. Помимо фундаментального интереса, данная задача может найти и практическое применение в свете развития технологии оптоэлектронных приборов для оптических систем коммуникации [17, 18] на основе двумерных экситонных газов.

При наличии двух подсистем проводимость является матрицей  $\mathbf{j}_i = \sigma_{ij} \mathbf{E}_j$ , где индексы  $(i, j)$  нумеруют подсистемы. Нас будет интересовать величина плотности тока в экситонной подсистеме при приложении поля к электронному слою  $\mathbf{J} = \sigma_D \mathbf{E}$ , где  $\sigma_D \equiv \sigma_{21}$  – кросс-проводимость, являющаяся скалярной величиной в отсутствие магнитного поля. Плотность тока нейтральных экситонов имеет размерность  $[\mathbf{J}] = 1/\text{см} \cdot \text{с}$ , поэтому в настоящей задаче размерность кросс-проводимости  $[\sigma_D] = e/\hbar$ . Будем рассматривать следующую структуру (рис. 1): под электронным слоем на расстоянии  $l$  располагается

<sup>1)</sup> e-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

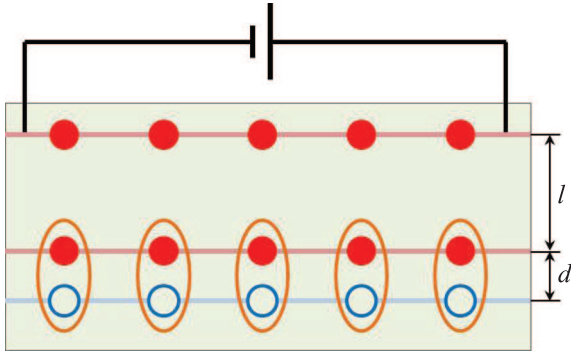


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение исследуемой структуры. Красными кружками обозначены электроны, синими окружностями – дырки

двойная квантовая яма с непрямыми дипольными экситонами ( $d$  – расстояние между ямами). Статическая проводимость экситонного газа вычисляется предельным переходом  $\sigma_D = \lim_{(\Omega, \mathbf{Q}) \rightarrow 0} \sigma_D(\mathbf{Q}, \Omega)$ , где  $\sigma_D(\mathbf{Q}, \Omega)$  – фурье-образ проводимости на переменном поле с волновым вектором  $\mathbf{Q}$  и частотой  $\Omega$ . Для вычисления кросс-проводимости воспользуемся формулой Кубо [19]:

$$\sigma_D(\mathbf{R} - \mathbf{r}, t - t') = -e \frac{\Theta(t - t')}{\Omega} \langle [\mathbf{J}(\mathbf{R}, t), \mathbf{j}(\mathbf{r}, t')] \rangle, \quad (1)$$

где  $\mathbf{J}(\mathbf{R}, t)$  – оператор плотности потока экситонов и  $-e\mathbf{j}(\mathbf{r}, t')$  – оператор плотности электронного тока;  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$  – радиус-вектора в плоскостях экситонного и электронного газов. Вычисления удобно проводить в рамках мацубаровской диаграммной техники, для этого рассмотрим коррелятор:

$$\Pi(\mathbf{R} - \mathbf{r}, \tau - \tau') = -\langle T_\tau [S(\beta) \mathbf{J}(\mathbf{R}, \tau) \mathbf{j}(\mathbf{r}, \tau')] \rangle, \quad (2)$$

в котором  $\beta = 1/T$ ,  $T$  – температура. В разложении  $S$ -матрицы  $S(\beta) = T_\tau \exp[-\int_0^\beta d\tau H'(\tau)]$  по степеням возмущения

$$H'(\tau) = \int d\mathbf{r} d\mathbf{R} V(\mathbf{R} - \mathbf{r}) N(\mathbf{R}, \tau) \rho(\mathbf{r}, \tau), \quad (3)$$

где  $V(\mathbf{R} - \mathbf{r})$  – потенциал экситон-электронного взаимодействия,  $N(\mathbf{R}, \tau)$  и  $\rho(\mathbf{r}, \tau)$  – операторы экситонной и электронной плотностей соответственно, ограничиваемся вторым порядком по электрон-экситонному взаимодействию (первый порядок дает нулевой отклик на постоянное поле). В результате вычислений получаем следующее выражение для кросс-проводимости:

$$\sigma_D(Q = 0, \Omega \rightarrow 0) = \frac{e}{2} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} |V^R(\mathbf{q}, \omega)|^2 \times \times \frac{\partial n_B(\omega)}{\partial \omega} \Delta_{ex}(\mathbf{q}; \omega) \Delta_e(\mathbf{q}; \omega), \quad (4)$$

где  $n_B(\omega) = 1/(e^{\omega/T} - 1)$  – распределение Бозе–Эйнштейна,  $\Delta_{ex(e)}(\mathbf{q}; \omega)$  – нелинейная восприимчивость экситонного (электронного) газа,  $V^R(\mathbf{q}, \omega) = V(\mathbf{q})/\epsilon(\mathbf{q}, \omega)$  – экранированное электрон-экситонное взаимодействие,  $V(\mathbf{q}) = 2\pi e^2 d e^{-q l} / \epsilon$  – затравочное электрон-экситонное взаимодействие,

$$\epsilon(\mathbf{q}, \omega) = [1 - V_e(\mathbf{q}) \Pi_e^R(\mathbf{q}, \omega)] [1 - V_{ex} \Pi_{ex}^R(\mathbf{q}, \omega)] + V^2(\mathbf{q}) \Pi_e^R(\mathbf{q}, \omega) \Pi_{ex}^R(\mathbf{q}, \omega) \quad (5)$$

– диэлектрическая проницаемость с учетом экранировки,  $V_e(\mathbf{q}) = 2\pi e^2 / q\epsilon$  и  $V_{ex} = 4\pi e^2 d / \epsilon$  – потенциалы межэлектронного и межэкситонного взаимодействия,  $\Pi_{ex(e)}^R(\mathbf{q}, \omega)$  – поляризационный оператор экситонного (электронного) газа, а  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды. Основной вклад в интеграл (4) дают  $q$ , лежащие в интервале  $0 < q < 1/l$ , в котором второе слагаемое в (5) мало по сравнению с первым, поэтому далее оно не учитывается. Вклад экситонного газа в экранирование в нормальной фазе можно считать не зависящим от  $q$  и  $\omega$  [20], тогда его учет сведется к замене диэлектрической постоянной в потенциале  $V(\mathbf{q})$ :  $\epsilon \rightarrow \epsilon_T = \epsilon(1 - V_{ex} \Pi_{ex}(0, 0)) = \epsilon[1 + (e^{T_c/T} - 1)8d/a_B]$ , где  $T_c = \pi \hbar^2 N / 2M$  – температура вырождения экситонного газа,  $a_B$  – борковский радиус экситона. Наличие случайного потенциала  $u_i(\mathbf{r})$ , порожденного примесями и иными дефектами, приводит к необходимости усреднения нелинейных восприимчивостей по всем его реализациям. Мы принимаем стандартную модель случайного примесного поля, статистические свойства которого описываются соотношениями  $\langle u_i(\mathbf{r}) \rangle = 0$ ,  $\langle u_i(\mathbf{r}) u_i(\mathbf{r}') \rangle = u_0^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ . Будем считать, что рассеяние на примесях в каждой из подсистем происходит независимо, тогда усреднение нелинейных восприимчивостей можно проводить по отдельности. Процедура усреднения электронных функций Грина хорошо известна [21]. Экситонные функции Грина можно усреднять аналогичным образом [22], при этом критерием слабости рассеяния на случайном потенциале является соотношение  $2\pi a_B n_{imp} \ll 1$ , где  $a_B$  – борковский радиус экситона,  $n_{imp}$  – концентрация примесей. Явный вид нелинейной восприимчивости определяется типом транспорта в соответствующей подсистеме. Далее мы рассмотрим два режима – диффузионный и баллистический.

**Диффузионный режим.** Рассмотрим нелинейную восприимчивость экситонной подсистемы в диффузионном режиме  $\omega \ll 1/\tau_{ex}$  и  $q \ll 1/l_{ex}$  ( $\tau_{ex} = (M u_0^2)^{-1}$  – время рассеяния,  $l_{ex}$  – характерная длина свободного пробега экситона). Далее будем считать  $1/\tau_{ex} \ll T$  (что выполняется уже при  $\tau_{ex} = 0.01$

нс и  $T = 10$  К), тогда  $\omega \ll T$ , что позволяет разложить функции распределения по малым  $\omega$ . Нелинейная восприимчивость экситонного газа в диффузионном режиме имеет вид:

$$\Delta_{ex}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = \frac{\omega}{2\pi i} \int d\varepsilon \frac{\partial n_B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}}{M} g_{\mathbf{p}}^A(\varepsilon) g_{\mathbf{p}}^R(\varepsilon) \times \\ \times \left\{ \Gamma_{\varepsilon}^{-}(\mathbf{p}, \omega) [g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^R(\varepsilon + \omega) + g_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^A(\varepsilon - \omega)] - \right. \\ \left. - \Gamma_{\varepsilon}^{+}(\mathbf{p}, \omega) [g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^A(\varepsilon + \omega) + g_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^R(\varepsilon - \omega)] \right\}, \quad (6)$$

где

$$\Gamma_{\varepsilon}^{\pm}(\mathbf{p}, \omega) = \frac{\Theta(\varepsilon + \mu)}{\tau_{ex}(D_{\varepsilon+\mu} q^2 \pm i\omega)},$$

– усредненная по беспорядку зарядовая вершина,  $\mu$  – химический потенциал экситонов,  $D_{\varepsilon+\mu} = \tau_{ex} v_{\varepsilon+\mu}^2 / 2$  – коэффициент диффузии на массовой поверхности  $\varepsilon + \mu$ ,  $\Theta(\varepsilon + \mu)$  – функция Хевисайда,  $v$  – скорость экситона. Экситонные функции Грина  $g_{\mathbf{p}}^{R(A)}(\varepsilon)$  здесь следует считать уже усредненными по случайному потенциалу.

В диффузионном пределе можно разложить функции Грина в (6) по малым  $\mathbf{q}$  и  $\omega$ . После взятия интеграла по  $\mathbf{p}$  в (6), получаем:

$$\Delta_{ex}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = -\omega \tau_{ex} \mathbf{q} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial \mu} \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} n_B(\varepsilon - \mu) \frac{2D_{\varepsilon} q^2}{(D_{\varepsilon} q^2)^2 + \omega^2}. \quad (7)$$

Нелинейная восприимчивость электронной подсистемы имеет более простой вид [23]:

$$\Delta_e^{AR}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = -\omega \tau_e \frac{\mathbf{q}}{\pi} \frac{2Dq^2}{(Dq^2)^2 + \omega^2}, \quad (8)$$

где коэффициент диффузии электронов  $D = \tau_e v_F^2 / 2$ ,  $v_F$  – скорость Ферми. С учетом вида поляризационного оператора электронного газа в диффузионном пределе

$$\Pi_e^R(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{m_e}{\pi} \frac{D_e q^2}{D_e q^2 - i\omega} \quad (9)$$

приходим к следующему выражению для кросс-проводимости:

$$\sigma_D = 2 \frac{e^5 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\varepsilon_T^2 \pi} \frac{\partial}{\partial \mu} \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} n_B(\varepsilon - \mu) \times \\ \times \int d\mathbf{q} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\partial n_B(\omega)}{\partial \omega} q^2 \omega^2 \times \\ \times \frac{e^{-2ql} D q^2}{[(1 + \kappa/q)^2 (Dq^2)^2 + \omega^2]} \frac{D_{\varepsilon} q^2}{[(D_{\varepsilon} q^2)^2 + \omega^2]}, \quad (10)$$

где  $\kappa = 2e^2 m_e / \varepsilon$ . С учетом малости  $\omega/T \ll 1$  и  $D_{\varepsilon}/D \ll 1$  удается выполнить интегрирование в (10). Общее выражение получается громоздким, поэтому приведем ответ в двух предельных случаях. Если  $\kappa l \ll 1$ , что соответствует ситуации, когда расстояние между слоями много меньше длины экранирования, то проводимость равна:

$$\sigma_D = -\frac{e T e^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\hbar 2 \varepsilon_T^2 (l\hbar)^2} \frac{F(T)}{(1 + \tau_e \varepsilon_F M / \hbar m_e)} \quad (11)$$

и не зависит от  $\kappa$ . В обратном предельном случае большого расстояния между слоями:

$$\sigma_D = -\frac{e 3T e^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\hbar 4 \varepsilon_T^2 (\kappa l)^2 (l\hbar)^2} \frac{F(T)}{(1 + \tau_e \varepsilon_F M / \hbar m_e)}, \quad (12)$$

где восстановлена постоянная Планка. В выражениях (11) и (12)  $F(T) = \partial_{\mu} N_{\mu}$ ,  $N_{\mu} \equiv N = -2MT \ln(1 - e^{\mu/T}) / \pi \hbar^2$  – полная концентрация экситонов. Вычисляя производную и используя связь химического потенциала с полным числом экситонов, находим

$$F(T) = \frac{2M}{\pi \hbar^2} (e^{T_c/T} - 1), \quad T_c = \frac{\pi N}{2M}. \quad (13)$$

Отрицательная величина кросс-проводимости в (11) и (12) имеет простой физический смысл: возникновение экситонного тока обусловлено передачей импульса от движущихся электронов. В связи с тем, что движение электронов и внешнее электрическое поле направлены противоположно, экситонный ток течет в обратном относительно внешнего поля направлении.

**Баллистический режим.** В баллистическом режиме  $\Gamma_{\varepsilon}^{\pm} \approx 1$ , и выражение для нелинейной восприимчивости экситонного газа принимает вид:

$$\Delta_{ex}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = 2\mathbf{q} \frac{\tau_{ex}}{2\pi} \int_0^{\infty} d\varepsilon_{\mathbf{p}} \frac{\Theta(4\varepsilon_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{q}} - \omega^2)}{\sqrt{4\varepsilon_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{q}} - \omega^2}} \times \\ \times [n_B(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu + \omega) - n_B(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu)]. \quad (14)$$

В общем случае взять интегралы не удастся. Однако заметим, что функция Хевисайда в (14) ограничивает значения частоты  $\omega < q\sqrt{2\varepsilon_p/M}$ , при этом интегрирование по  $q$  ограничено значением  $q_{\max} \sim 1/l$ , а по  $\varepsilon_p$  – значением  $\sim T$ . Таким образом,  $\omega_{\max}/T \sim \sqrt{2/MTl^2}$ . Оценки показывают, что при достаточно высокой температуре и большом расстоянии между экситонным и электронным газами можно вновь раскладывать функции распределения по параметру  $\omega/T$ . Например, при  $l = 50$  нм и  $T = 30$  К или при  $l = 30$  нм и  $T = 80$  К параметр  $\omega/T \sim 0.2$ . При меньших значениях температуры и межслоевого расстояния требуется численный расчет. Стоит отметить,

что известны материалы с  $T_c$ , достигающей десятков Кельвин [24, 25].

Нелинейная восприимчивость электронной подсистемы в баллистическом пределе имеет вид [23]:

$$\Delta_e^{AR}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = -\frac{2D\mathbf{q}}{\varepsilon_F} \frac{m_e}{\pi} \frac{\omega}{v_F q} \Theta[(v_F q)^2 - \omega^2]. \quad (15)$$

Подставляя выражения для нелинейных восприимчивостей (14) и (15) в (4) с учетом  $\Pi_e^R(\mathbf{q}, \omega) = -m_e/\pi$ , получаем следующее выражение для кросс-проводимости:

$$\begin{aligned} \sigma_D = & -2T \frac{e^5 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\varepsilon^2 \pi^2 v_F} \int_0^\infty dq \frac{q^4 e^{-2ql}}{(q + \kappa)^2} \int_0^\infty d\omega \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial \mu} \int_0^\infty d\varepsilon_p n_B(\varepsilon_p - \mu) \frac{\Theta(4\varepsilon_p \varepsilon_q - \omega^2)}{\sqrt{4\varepsilon_p \varepsilon_q - \omega^2}}. \quad (16) \end{aligned}$$

Ответ также приведем в двух предельных случаях. Если  $\kappa l \ll 1$ ,

$$\sigma_D = -\frac{e}{\hbar} \frac{2Te^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{M \hbar \varepsilon_T^2 v_F l^3} F(T), \quad (17)$$

а при  $\kappa l \gg 1$ ,

$$\sigma_D = -\frac{e}{\hbar} \frac{6Te^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{M \hbar \varepsilon_T^2 v_F l^3} \frac{1}{(\kappa l)^2} F(T). \quad (18)$$

**Заключение.** В данной работе мы построили теорию кулоновского увлечения двумерного экситонного газа электронным. В диффузионном режиме транспорта, в отличие от баллистического, кросс-проводимость фактически определяется экситонным временем релаксации, т.к. в знаменателе выражений (11), (12)  $\tau_e \varepsilon_F M / \hbar m_e \gg 1$  и  $\tau_e$  фактически выпадает из рассмотрения. Кроме того, в баллистическом режиме кросс-проводимость убывает быстрее с ростом расстояния между слоями. Учет экранирования межслоевого экситон-электронного взаимодействия не только электронами, но и экситонной подсистемой в выражении (5) является принципиальным моментом: величина  $\varepsilon_T$ , будучи функцией параметра  $T_c/T$ , существенным образом определяет поведение  $\sigma_D$  в зависимости от температуры и концентрации экситонов, поскольку  $T_c \sim N$ . Этот факт не учитывался в работе [16]. Действительно, температурная зависимость  $\sigma_D$  содержится в выражении

$$\frac{TF(T)}{\varepsilon_T^2} \sim \frac{T(e^{T_c/T} - 1)}{\left(1 + \frac{8d}{a_B}(e^{T_c/T} - 1)\right)^2}, \quad (19)$$

которое в пределе  $T \gg T_c$  стремится к независимому от температуры постоянному значению, а в области  $T \ll T_c$  стремится к нулю. Следует, однако, подчеркнуть, что при  $T < T_c$  в системе начинает формироваться квазиконденсат, что не учитывается изложенной здесь теорией. Построение теории, учитывающей кулоновское увлечение конденсата, будет являться предметом другой работы.

**Благодарности.** Мы благодарим А.В. Чаплика за обсуждение работы и Российский фонд фундаментальных исследований (грант #16-02-00565) за финансовую поддержку. М.В.Б. признателен Фонду развития теоретической физики и математики "БАЗИС" (грант #17-15-526-1).

1. O. Cotlet, S. Zeytinoglu, M. Sigrist, E. Demler, and A. Imamoglu, Phys. Rev. B **93**, 054510 (2016).
2. F. P. Laussy, A. V. Kavokin, and I. A. Shelykh, Phys. Rev. Lett. **104**, 106402 (2010).
3. I. A. Shelykh, T. Taylor, and A. V. Kavokin, Phys. Rev. Lett. **105**, 140402 (2010).
4. M. Matuszewski, T. Taylor, and A. V. Kavokin, Phys. Rev. Lett. **108**, 060401 (2012).
5. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, Phys. Rev. B **94**, 241408 (2016).
6. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **94**, 601 (2011).
7. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **98**, 371 (2013).
8. P. Skopelitis, E. D. Cherotchenko, A. V. Kavokin, and A. Posazhennikova, Phys. Rev. Lett. **120**, 107001 (2018).
9. B. N. Narozhny and A. Levchenko, Rev. Mod. Phys. **88**, 025003 (2016).
10. J. R. Leonard, M. Remeika, M. K. Chu, Y. Y. Kuznetsova, A. A. High, L. V. Butov, J. Wilkes, M. Hanson, and A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **100**, 231106 (2012).
11. A. G. Winbow, J. R. Leonard, M. Remeika, Y. Y. Kuznetsova, A. A. High, A. T. Hammack, L. V. Butov, J. Wilkes, A. A. Guenther, A. L. Ivanov, M. Hanson, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **106**, 196806 (2011).
12. J. Rudolph, R. Hey, and P. V. Santos, Rev. Mod. Phys. **88**, 025003 (2016).
13. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **149**(3), 578 (2016).
14. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **96**(12), 865 (2012).
15. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **101**(3), 194 (2015).
16. Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков, ЖЭТФ **111**, 1107 (1997).

17. P. Andreakou, S.V. Poltavtsev, J.R. Leonard, E.V. Calman, M. Remeika, Y.Y. Kuznetsova, L.V. Butov, J. Wilkes, M. Hanson, and A.C. Gossard, *Appl. Phys. Lett.* **104**, 091101 (2014).
18. G. Grosso, J. Graves, A.T. Hammack, A.A. High, L.V. Butov, M. Hanson, and A.C. Gossard, *Nature Photon.* **3**, 577 (2009).
19. G.D. Mahan, *Many-Particle Physics*, Plenum Press, N.Y. (1990).
20. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **92**(3), 208 (2010).
21. Л. С. Левитов, А. В. Шитов, *Функции Грина. Задачи и решения*, Издательство МЦНМО, М. (2016), с. 221.
22. П. И. Арсеев, А. Б. Дзюбенко, *ЖЭТФ* **114**, 359 (1998).
23. A. Kamenev and Y. Oreg, *Phys. Rev. B* **52**, 7516 (1995).
24. A. Kogar, M.S. Rak, S. Vig, A.A. Husain, F. Flicker, Y.I. Joe, L. Venema, G.J. MacDougall, T.C. Chiang, E. Fradkin, J. van Wezel, and P. Abbamonte, *Science* **358**, 1314 (2017).
25. M.M. Fogler, L.V. Butov, and K.S. Novoselov, *Nat. Commun.* **5**, 4555 (2014).