

# Зарядово-обменные пигми-резонансы изотопов олова

Ю. С. Лютостанский<sup>1)</sup>

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 мая 2017 г.

После переработки 22 мая 2017 г.

Зарядово-обменные состояния, так называемые пигми-резонансы (“pigmy” resonances), расположенные ниже гигантского гамов-теллеровского резонанса, исследованы в рамках самосогласованной теории конечных ферми-систем. Представлены численные микроскопические расчеты и расчеты с использованием квазиклассического подхода для девяти изотопов олова с  $A = 112, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 124$ , для которых имеются экспериментальные данные. Эти данные были получены в реакции перезарядки  $\text{Sn}(^3\text{He}, t)\text{Sb}$  с энергией  $E(^3\text{He}) = 200$  МэВ. Сравнение расчетов с экспериментальными данными по энергиям зарядово-обменных резонансов дает среднеквадратичные отклонения  $\delta E < 0.40$  МэВ для численных микроскопических расчетов и  $\delta E < 0.55$  МэВ для расчетов по квазиклассическим формулам, что сравнимо с экспериментальными погрешностями. Проведены расчеты силовой функции бета-распада для изотопа  $^{118}\text{Sn}$ . Показано, что рассчитанные и экспериментальные энергии резонансов близки, а также близки и соотношения между высотами пиков пигми-резонансов.

DOI: 10.7868/S0370274X17130021

**1. Введение.** Зарядово-обменные состояния связаны с заряженной ветвью возбуждений и отвечают возбужденным состояниям ядер-изобар  $A(N - \Delta Q, Z + \Delta Q)$  с зарядом  $\Delta Q = \pm 1$ . Они проявляются в соответствующих реакциях перезарядки, например  $(\nu, e)$ ,  $(p, n)$ ,  $(n, p)$ ,  $(^3\text{He}, t)$ ,  $(t, ^3\text{He})$ ,  $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$  и др., или в  $\beta$ -переходах ядер. Среди этих состояний наибольший интерес представляют коллективные возбуждения резонансного типа. Теоретическое изучение этих коллективных состояний началось с первых расчетов гигантского гамов-теллеровского резонанса [1] и других коллективных состояний [2], задолго до их экспериментальных исследований в реакциях перезарядки с  $\Delta Q = +1$  [3, 4]. Несколько позже эти коллективные состояния, лежащие ниже гигантского гамов-теллеровского резонанса (ГТР-GTR) [5] (рис. 1), стали называться пигми-резонансами (“pigmy” resonances), степень коллективности которых значительно ниже, чем у ГТР, но они вбирают в себя подавляющую часть оставшегося от ГТР правила сумм.

Наиболее полные экспериментальные исследования всего спектра зарядово-обменных возбуждений сразу для девяти изотопов олова с  $A = 112, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 124$  были представлены в работе [6], где была использована реакция перезарядки  $\text{Sn}(^3\text{He}, t)\text{Sb}$  с энергией  $E(^3\text{He}) = 200$  МэВ. Для аналогового (АР-AR), гамов-теллеровского и трех

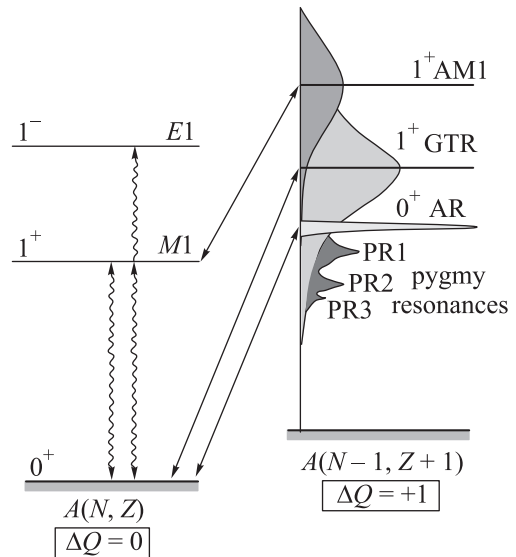


Рис. 1. Нейтральная ( $\Delta Q = 0$ ) и заряженная ( $\Delta Q = +1$ ) ветви возбуждения ядер. В ядре  $A(N - 1, Z + 1)$  обозначены гамов-теллеровский (GTR), аналоговый (AR) и три пигми-резонанса (PR1, PR2, PR3)

пигми-резонансов были измерены энергии возбуждения ( $E_x$ ), ширины ( $\Gamma$ ) и величины  $d\sigma/d\Omega$  (мб/ср). На рис. 2 представлены экспериментальные [6] (рис. 2a) и расчетные (рис. 2b) данные для спектров возбуждения в реакции  $^{118}\text{Sn}(^3\text{He}, t)^{118}\text{Sb}$ , где четко выделяются 3 пигми-резонанса, обозначенные GT2, GT3, GT4 в эксперименте (см. рис. 2a) и PR1, PR2, PR3 в расчете (см. рис. 2b). Расчет проведен для сило-

<sup>1)</sup>e-mail: Lutostansky@yandex.ru

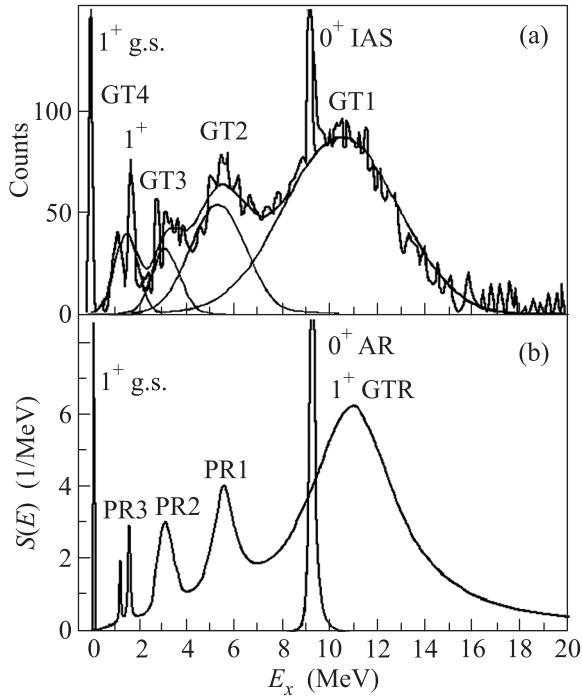


Рис. 2. Экспериментальные [6] (a) и расчетные (b) данные для спектров возбуждения в реакции  $^{118}\text{Sn}(^3\text{He},t)^{118}\text{Sb}$ . Выделяются 3 пигми-резонанса, обозначенные GT1, GT2, GT3 в эксперименте и PR1, PR2, PR3 в расчете

вой функции бета-распада изотопа  $^{118}\text{Sn}$  (подробности расчета см. далее).

В настоящей работе коллективные зарядово-обменные состояния – пигми-резонансы, расположенные ниже ГТР, исследуются в рамках самосогласованной теории конечных ферми-систем (ТКФС). Представлены численные микроскопические расчеты, и расчеты с использованием квазиклассического подхода для десяти изотопов олова и проведено сравнение с известными экспериментальными данными.

**2. Метод расчета.** Зарядово-обменные возбуждения ядер описываются в ТКФС системой уравнений для эффективного поля:

$$V_{pn} = e_q V_{pn}^\omega + \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^\omega \rho_{p'n'}, \quad V_{pn}^h = \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^\omega \rho_{p'n'}^h,$$

$$d_{pn}^1 = \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^\xi \varphi_{p'n'}^1, \quad d_{pn}^2 = \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^\xi \varphi_{p'n'}^2, \quad (1)$$

где  $V_{pn}$ ,  $V_{pn}^h$  – эффективные поля квазичастиц и дырок в ядре,  $V_{pn}^\omega$  – внешнее зарядово-обменное поле,  $d_{pn}^1$ ,  $d_{pn}^2$  – эффективные вершины, описывающие изменения спаривательной щели  $\Delta$  во внешнем поле,  $F^\omega$ ,  $F^\xi$  – амплитуды эффективно нуклон-нуклонного взаимодействия в каналах

частица-дырка и частица-частица;  $\rho$ ,  $\rho^h$ ,  $\varphi^1$  и  $\varphi^2$  – соответствующие переходные плотности (подробнее см. [7]). Эффекты изменения спаривательной щели во внешнем поле пренебрежимо малы, т.е.  $d_{pn}^1 = d_{pn}^2 = 0$ , что оправдано в нашем случае для внешних полей с нулевыми диагональными элементами [8]. Далее решается система секулярных уравнений для эффективного поля квазичастиц как в [9, 10] для разрешенных переходов с локальным нуклон-нуклонным взаимодействием  $F^\omega$  в форме Ландау–Мигдала [8]:

$$F^\omega = C_0 (f'_0 + g'_0 (\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2)) (\boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (2)$$

в которую входят константы  $f'_0$  спин-спинового и  $g'_0$  спин-изоспинового взаимодействия квазичастиц, которые являются феноменологическими параметрами, определяемыми из сравнения расчетов с экспериментальными данными, как это было сделано ранее в [9–11]. Как и в предыдущих расчетах [10–12], константы локального взаимодействия брались равными  $f'_0 = 1.35$  и  $g'_0 = 1.22$ .

В настоящих расчетах изотопы олова полагали сферическими как в [13, 14] и только в изотопах  $^{112,117}\text{Sn}$ , согласно [13], возможна небольшая деформация: для  $^{112}\text{Sn}$  –  $\beta_2 = 0.018$ ,  $\beta_3 = -0.015$  и для  $^{117}\text{Sn}$  –  $\beta_2 = -0.044$ ,  $\beta_3 = 0.001$ . Некоторые расхождения расчетов с экспериментом наблюдаются и для зарядовых радиусов в районе  $A > 115$  [14], что также может быть связано с небольшими деформациями. Последовательный учет деформаций возможен в развиваемом в настоящее время подходе, основанном на методе энергетического функционала плотности Фаянса [15], однако в представленных расчетах этот метод не применялся.

Энергии зарядово-обменных возбуждений считывали как в самосогласованной ТКФС (использовался упрощенный вариант работы [7] – частичное согласование с локальным взаимодействием и  $m^* = m$ ), так и в ее приближенном модельном варианте [12], в котором удалось получить аналитический вид решений для самых коллективных состояний – АР и ГТР. В данной работе тот же приближенный подход, использующий квазиклассическое усреднение сумм в секулярных уравнениях [12], применен для расчетов энергий других коллективных состояний – пигми-резонансов (PR). Для энергий  $E_{PR}$  решение  $\omega_k$  ( $k = 1, 2, 3$  для PR1, PR2 и PR3 соответственно), нормированное на энергию  $E_{ls}$  (средняя энергия спин-орбитального расщепления [10, 11]) при  $\Delta E > E_{ls}$ , имеет вид

$$y_k = \omega_k / E_k = (a_k + b_k) g'_k x +$$

$$+ \frac{b_k(1 + b_k g'_k) g'_k x}{(a_k + b_k)(g'_k x)^2 + [1 + 2(a_k + b_k)g'_k]/3A^{1/3}}, \quad (3)$$

где  $x = \Delta E/E_{ls}$ ,  $\Delta E = (4/3)\varepsilon_F(N - Z)/A$  МэВ,  $\varepsilon_F \approx 40$  МэВ,  $a_k \approx ap_k$ ;  $b_k \approx bp_k$ ;  $p_k \approx (k + 1)^{-1}$ ,

$$g_k = \frac{g'_0}{1 + \alpha_k \beta_k / 2}, \quad \alpha_k = \frac{p_k \beta_k}{1 + 2g'_0 \beta_k}, \quad \beta_k = \sum_{m=1}^k p_m.$$

Таким образом, все резонансные состояния от ГТР ( $k = 0$ ) до PR3 ( $k = 3$ ) описываются одной формулой (3).

Для расчетов силовой функции бета-распада  $S(E)$ , представленной на рис. 2b, использован метод, описанный в [12, 16, 17], где сначала, в микроскопическом подходе, рассчитываются энергии и матричные элементы возбужденных состояний, а затем проводится их феноменологическое уширение по Брейт-Вигнеру как в [16] (см. подробнее в [17] и др.).

**3. Результаты и обсуждение.** Расчитанные в микроскопическом подходе энергии пяти зарядово-обменных резонансов: AP, ГТР, PR1, PR2 и PR3 для девяти изотопов олова 112, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 124 Sn представлены в таблице вместе с экспериментальными данными [6]. Как следует из таблицы, среднеквадратичные отклонения расчетных и экспериментальных данных по энергиям невелики:  $\delta E = 0.23 \div 0.36$  МэВ, т.е. не превышают 0.40 МэВ. Это сравнимо с экспериментальными погрешностями  $\Delta E_{\text{exp}} = \pm 0.25$  МэВ и лучше, чем в других известных расчетах высоколежащих возбуждений, например в последовательном самосогласованном QRPA подходе с силами Скирма [18].

Расчитанная для изотопа  $^{118}\text{Sn}$  силовая функция бета-распада –  $S(E_x)$ , где  $E_x$  – энергия возбуждения, представлена на рис. 2b рядом с экспериментальными данными – рис. 2a. Расчеты проводились в микроскопическом подходе по ТКФС (1), (2), ширины зарядово-обменных резонансов рассчитывались как в [16] с использованием брейт-вигнеровского уширения. Значения ширины  $\Gamma$  брались как в [8] из мнимой части собственно энергетического оператора  $\Gamma = \alpha E_x^2$ , где  $\alpha \approx 1/\varepsilon_F \approx 0.025$  МэВ $^{-1}$ . К сожалению, прямые измерения силовой функции  $S(E_x)$  не проводились, но представленные на рис. 2a данные по счёту событий пропорциональны парциальным данным по функции  $S(E_x)$ . Из рис. 2 следует, что рассчитанные и экспериментальные энергии резонансов близки (это видно и из таблицы), а также близки и соотношения между высотой пиков. Отметим, что нижний пик для PR3 резонанса (или GT4, в обозначениях [6])

расщепляется как в расчетах, так и в эксперименте. В расчетах также немного расщепляется и второй пик PR2, но после уширения это не заметно, хотя хорошо видно на эксперименте для GT3. Заметную тонкую структуру имеет и первый пигми-резонанс GT2.

На рис. 3 представлены результаты расчетов разностей энергий  $\Delta E_{G-P} = E_{\text{GTR}} - E_{\text{PR}}$

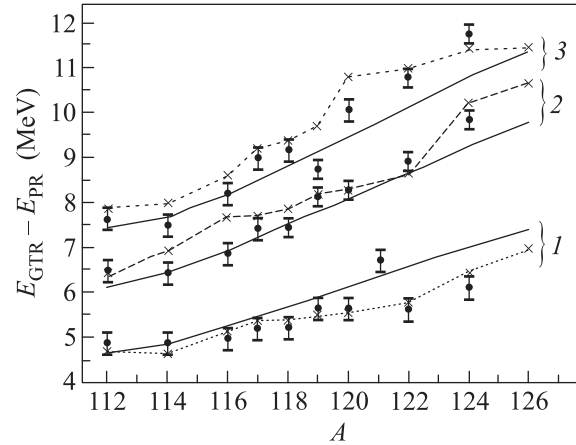


Рис. 3. Разность энергий GTR и лежащих ниже пигми-резонансов (PR) для изотопов Sn в зависимости от массового числа  $A$ . Обозначения: черные кружки (●) – экспериментальные данные [6]; кресты (×), соединенные пунктиром – численные расчеты по ТКФС; линии – расчеты по формуле (3). Цифрами 1, 2 и 3 обозначены группы возбуждений, принадлежащих пигми-резонансам PR1, PR2, PR3 соответственно

гамов-теллеровского ( $k = 0$  в формуле (3)) и пигми-резонансов ( $k = 1, 2, 3$ ) в зависимости от массового числа  $A$ . Для показа на рис. 3 выбраны разности энергий, так как они являются более плавными функциями, чем сами энергии возбуждения, которые дополнительно зависят от четно-нечетных колебаний в массах ядер. Как следует из рис. 3, для пигми-резонанса PR1 из сравнения с экспериментом, лучшая точность наблюдается у микроскопических расчетов, где среднеквадратичное отклонение составляет  $\delta E = 0.31$  МэВ (см. табл. 1) по сравнению с  $\delta E = 0.53$  МэВ для расчетов по формуле (3). Для пигми-резонанса PR2 точнее оказывается расчет по формуле (3) с  $\delta E = 0.26$  МэВ, чем микроскопический расчет с  $\delta E = 0.36$  МэВ. В этих расчетах наибольшее расхождение с экспериментом наблюдается у  $^{116}\text{Sn}$ , в то время как расчеты по формуле (3) укладываются в погрешность измерений, равную  $\pm 0.20$  МэВ. Еще более худшая ситуация с расчетами PR2 для  $^{124}\text{Sn}$ . Здесь оба варианта расчетов дают большое отклонение от эксперимента, но это не сильно ухуд-

**Таблица 1.** Энергии (в МэВ) аналогового  $E_{AR}$ , гамов-теллеровского  $E_{GTR}$  и трех пигми-резонансов  $E_{PR}$ . Представлены микроскопические расчеты по ТКФС (1), (2) и экспериментальные данные [6], а также среднеквадратичные отклонения расчетных от экспериментальных данных ( $E_{exp} - E_{calc}$ )

Ядро нач./конеч.	$E_{AR}$		$E_{GTR}$		$E_{PR1}$		$E_{PR2}$		$E_{PR3}$	
	эксп. $\pm 0.03$	расч.	эксп. $\pm 0.25$	расч.	эксп. $\pm 0.25$	расч.	эксп. $\pm 0.20$	расч.	эксп. $\pm 0.20$	расч.
$^{112}\text{Sn}/^{112}\text{Sb}$	6.16	6.69	8.94	9.38	4.08	4.70	2.49	3.00	1.33	1.52
$^{114}\text{Sn}/^{114}\text{Sb}$	7.28	6.92	9.39	9.60	4.55	4.97	2.95	2.65	1.88	1.60
$^{116}\text{Sn}/^{116}\text{Sb}$	8.36	8.47	10.04	10.36	5.04	5.23	3.18	2.68	1.84	1.75
$^{117}\text{Sn}/^{117}\text{Sb}$	11.27	11.38	12.87	12.91	7.64	7.54	5.45	5.21	3.87	3.71
$^{118}\text{Sn}/^{118}\text{Sb}$	9.33	9.23	10.61	10.93	5.38	5.54	3.17	3.08	1.47	1.55
$^{119}\text{Sn}/^{119}\text{Sb}$	12.36	12.48	13.71	13.77	8.09	8.27	5.49	5.57	3.63	4.07
$^{120}\text{Sn}/^{120}\text{Sb}$	10.24	10.20	11.45	11.78	5.82	6.24	3.18	3.47	1.38	0.98
$^{122}\text{Sn}/^{122}\text{Sb}$	11.24	11.17	12.25	12.54	6.65	6.76	3.37	3.91	1.45	1.55
$^{124}\text{Sn}/^{124}\text{Sb}$	12.19	12.05	13.25	13.59	7.13	7.16	3.44	3.06	1.50	2.17
$\langle E_{exp} - E_{calc} \rangle$	0.23		0.29		0.31		0.36		0.33	

шает общую картину, так как для других изотопов олова отклонения невелики. Для пигми-резонанса PR3 точнее оказывается микроскопический расчет с  $\delta E = 0.33$  МэВ, чем расчет по формуле (3) с  $\delta E = 0.50$  МэВ. Наибольшие расхождения микроскопических расчетов с экспериментом наблюдаются у изотопов  $^{119}\text{Sn}$  и  $^{120}\text{Sn}$ , в то время как расчеты по формуле (3) дают лучший результат. На рис. 3 также видно, что экспериментальные данные по  $^{119}\text{Sn}$  выпадают из плавной зависимости для энергий PR3, в то время как для других пигми-резонансов этого не наблюдается. Отметим еще, что для изотопа  $^{124}\text{Sn}$  расхождения расчетов по формуле (3) с экспериментальными данными велики для всех рассматриваемых пигми-резонансов. Как следует из рис. 3, наибольшие расхождения расчетов по формуле (3) с экспериментальными данными наблюдаются для ядер с  $A > 118$  и точность расчетов зависимости энергий  $\Delta E_{G-P}$  от  $A$  могла бы быть значительно выше, если наклоны соответствующих кривых для PR1 были бы меньше, а для PR2 и PR3 больше. Тем не менее, в итоге можно утверждать, что проведенные в двух методиках расчеты в среднем неплохо описывают экспериментальные данные.

**4. Заключение.** Как показано в настоящей работе, в области энергий возбуждения ниже гигантского гамов-теллеровского резонанса расположены так называемые пигми-резонансы, которые являются зарядово-обменными возбуждениями, проявляющимися в реакциях перезарядки. Эти резонансы наблюдались в реакции  $\text{Sn}(^3\text{He}, t)\text{Sb}$  с энергией  $E(^3\text{He}) = 200$  МэВ [6] на изотопах олова  $^{112,114,116,117,118,119,120,122,124}\text{Sn}$ . Теоретический ана-

лиз показал, что пигми-резонансы являются коллективными зарядово-обменными возбуждениями и хорошо описываются как в самосогласованном микроскопическом подходе, так и в приближенном методе, использующем квазиклассические идеи. В рамках этого метода получена формула для энергий возбуждения коллективных состояний, описывающая как гамов-теллеровский резонанс, так и лежащие ниже пигми-резонансы. Отметим, что ранее анализировалось проявление пигми-резонансов в силовых функциях бета-распада в работах [12, 16, 17], где эти резонансы рассматривали как изобарические коллективные состояния. В настоящей работе проведены расчеты силовой функции  $S(E)$  для изотопа  $^{118}\text{Sn}$ , для которого имеются экспериментальные данные. Показано, что рассчитанные и экспериментальные энергии резонансов близки, а также близки и соотношения между высотами пиков пигми-резонансов.

Представлены первые численные микроскопические расчеты и расчеты с использованием квазиклассического подхода для десяти изотопов олова с  $A = 112, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 124, 126$ , для девяти из которых имеются экспериментальные данные [6]. Сравнение расчетов с экспериментальными данными по энергиям зарядово-обменных резонансов дает среднеквадратичное отклонение  $\delta E < 0.40$  МэВ для численных микроскопических расчетов и  $\delta E < 0.55$  МэВ для расчетов по квазиклассическим формулам, что сравнимо с экспериментальными погрешностями.

Автор благодарен И.Н. Борзову, С.С. Герштейну, Э.Е. Саперштейну, В.Н. Тихонову и С.В. Толоконникову за стимулирующие дискуссии и помощь

в работе. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, грант # 16-02-00228 и Российского Научного Фонда, грант # 16-12-10161. Часть работы (расчеты энергий гамов-теллеровского и аналогового резонансов) поддержана грантом Швейцарского национального научного фонда IZ73Z0 152485 SCOPES.

1. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, Письма в ЖЭТФ **15**, 173 (1972).
2. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, ЯФ **19**, 62 (1974).
3. R. R. Doering, A. Galonsky, D. M. Patterson, and G. F. Bertsch, Phys. Rev. Lett. **35**, 1691 (1975).
4. A. Galonsky, R. R. Doering, D. M. Patterson, and G. F. Bertsch, Phys. Rev. **14**, 748 (1976).
5. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, ЭЧАЯ **12**, 1324 (1981).
6. K. Pham, J. Janecke, D. A. Roberts, M. N. Harakeh, G. P. A. Berg, S. Chang, J. Liu, E. J. Stephenson, B. F. Davis, H. Akimune, and M. Fujiwara, Phys. Rev. C **51**, 526 (1995).
7. I. N. Borzov, S. A. Fayans, and E. L. Trykov, Nucl. Phys. A **584**, 335 (1995).
8. А. Б. Мигдал, Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер, Наука, М. (1983).
9. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, В. Г. Александркин, Письма в ЖЭТФ **34**, 407 (1981).
10. Ю. С. Лютостанский, В. Н. Тихонов, Письма в ЖЭТФ **102**, 10 (2015).
11. Ю. С. Лютостанский, В. Н. Тихонов, ЯФ **79**, 621 (2016).
12. Ю. С. Лютостанский, ЯФ **74**, 1207 (2011).
13. P. Moller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, At. Data & Nucl. Data Tables. **59**, 185 (1995).
14. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016).
15. S. V. Tolokonnikov, I. N. Borzov, M. Kortelainen, Yu. S. Lutostansky, and E. E. Saperstein, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **42**, 075102 (2015).
16. Yu. S. Lutostansky and N. B. Shulgina, Phys. Rev. Lett. **67**, 430 (1991).
17. Ю. С. Лютостанский, В. Н. Тихонов, Известия РАН. Сер. физ. **76**, 534 (2012).
18. I. N. Borzov and S. Goriely, Phys. Rev. C **62**, 035501 (2000).