

## О статье “Line and point singularities in superfluid $^3\text{He}$ ” (G.E.Volovik and V.P. Mineev (1976))

Открытие сверхтекучих фаз  $^3\text{He}$  в 1972 году выдвинуло проблему математического описания вихрей в этих сверхтекучих жидкостях. Вихри в жидкости характеризуются циркуляцией – интегралом от скорости по замкнутому контуру. Известно, что в отличие от обычных жидкостей, в которых циркуляция может принимать произвольное значение, циркуляция в сверхтекучем  $^4\text{He}$  квантуется и равна  $N h/m$ . Здесь  $h$  – постоянная Планка, а  $m$  – масса атома  $^4\text{He}$ . Таким образом, вихри характеризуются целым числом квантов циркуляции  $N$ . Это, в частности, означает, что вихревые линии либо замкнуты, либо заканчиваются на стенках или на свободной поверхности гелия.

Ситуация в сверхтекучем  $^3\text{He}$  оказалась иной. Было показано, что в сверхтекучей А фазе  $^3\text{He}$  возможны вихревые нити со свободными концами [1]. Распределение сверхтекучей скорости вокруг таких вихрей совпадает с полем векторного потенциала монополя Дирака [2]. Это удивительное теоретическое открытие наводило на мысль, что нужно искать какой-то общий математический подход к описанию сингулярных и несингулярных распределений параметра порядка в сверхтекучих фазах  $^3\text{He}$ . Такой подход был найден в работе Г.Е. Воловика и В.П. Минеева [3].

Идея проста: нужно рассматривать отображения реального пространства, заполненного упорядоченной средой, например сверхтекучим  $^3\text{He}$ , в область изменений параметра порядка, соответствующих разным состояниям сверхтекучей жидкости, но не изменяющих её энергию. Эта область была названа *пространством вырождения*. Стабильные сингулярные линии и точки и правила их слияния были классифицированы в соответствии с элементами гомотопических групп конкретного пространства вырождения и правилами их умножения. В отличие от подобного подхода, разработанного в то же время французскими учеными Ж.Тулузом и М.Клеманом [4], в статье [3] было показано, что топологическая устойчивость определяется энергией соответствующих взаимодействий, которые различны на разных пространственных масштабах. В результате, типы топологически стабильных дефектов на разных масштабах также различны.

Большинство экзотических сингулярных и несингулярных течений в сверхтекучих фазах  $^3\text{He}$ , описанных теоретически в 1976 году, было экспериментально обнаружено во вращающемся жидком гелии в 1980-х и 1990-х годах с помощью техники ядерного магнитного резонанса [5,6]. Среди более поздних экспериментальных достижений, основанных на предсказаниях, сделанных в работе [3], необходимо отметить открытия полуквантовых вихрей: в мезоскопических образцах спин-триплетного сверхпроводника  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  [7], в экситон-поляритонном конденсате [8], в антиферромагнитном спинорном конденсате Бозе – Эйнштейна [9], в полярной фазе сверхтекучего  $^3\text{He}$  [10].

Прошло около сорока лет после развития топологического подхода к классификации дефектов в упорядоченных средах. После использования топологии для описания необычайно сложного упорядочения в сверхтекучих фазах  $^3\text{He}$  открылись новые области для её приложений. Также, как это было с другими математическими инструментами, топологические методы оказались весьма эффективными для описания многих явлений в различных областях физики. Классы Черна, скирмионы и инстантоны встречаются как в теории квантового эффекта Холла, так и в квантовой теории поля. Объекты, подобные монополю, наблюдаются в физике жидких кристаллов и спинового льда, и недавно были обнаружены в Бозе – Эйнштейновском конденсате холодного газа атомов  $^{87}\text{Ru}$  [11]. Группы кос применяются в теории квантовых компьютеров. Ещё одна важная и обширная область применения топологии появилась с открытием так называемых топологических изоляторов и теоретическими исследованиями топологических сверхпроводников и сверхтекучих жидкостей [12].

1. G. E. Volovik and V. P. Mineev, Pis'ma Zh. Exp. Teor. Fiz. 23, 647 (1976)[JETP Lett. 23, 593 (1976)].
2. P.A.M. Dirac, Proc. R.Soc. A 133, 60 (1931).
3. G. E. Volovik and V. P. Mineev, Pis'ma Zh. Exp. Teor. Fiz. 24, 605 (1976)[JETP Lett. 24, 562 (1976)].
4. G. Toulouse and M. Kleman, J. de Phys. Lettr. 37, L-149 (1976).
5. M. M. Salomaa, G. E. Volovik, Rev. Mod. Phys. 59, 533 (1987).
6. O. V. Lounasmaa, E. Thuneberg, Proc. Natl. Acad. Sci. 96, 7760 (1999).
7. J.Jang, D. G. Ferguson, V. Vakaryuk et al., Science 331, 186 (2011).
8. K. G. Lagourdakis, T. Ostatnický, A. V. Kavokin et al., Science 326 974 (2009).
9. Sang Wong Seo, Seji Kang, Woo Jin Kwon, and Yong-il Shin, Phys. Rev. Lett. 115, 015301 (2015).
10. S. Autti, V. V. Dmitriev, V. B. Eltsov et al, arXiv:1508.02197[cond-mat.]
11. M. W. Ray, E. Ruokokoski, S. Kandel et al, Nature 505, 657 (2014).
12. T. Mizushima, Y. Tsutsumi, T. Kawakami et al, arXiv:1508.00787 [cond-mat.]